

Model Optimasi Penjadwalan Proses Slitting Material Roll dengan Multi Objective Programming

Dina Natalia Prayogo

Jurusan Teknik Industri, Universitas Surabaya

Jalan Raya Kalirungkut, Surabaya, 60293

Tel: (031) 2981392, Fax: (031) 2981151

Email: dnprayogo@ubaya.ac.id

Abstrak. Proses *slitting* pada *material roll* banyak dijumpai pada berbagai industri manufaktur seperti industri aluminium, plastik, kertas, dll. Efisiensi pemanfaatan material pada saat proses *slitting* dihasilkan melalui pengaturan kombinasi lebar produk sesuai permintaan dengan tujuan meminimumkan pemakaian material dan *waste material* yang ditimbulkan. Masalah pengaturan pemanfaatan material pada proses *slitting material roll* dapat dikategorikan sebagai *one dimensional Cutting Stock Problems* (1D-CSP). Metode penyelesaian untuk masalah 1D-CSP telah banyak dibahas dalam beberapa penelitian. Namun pengaturan proses *slitting* untuk meminimumkan *material cost* dalam pemenuhan pesanan juga perlu memperhitungkan *due date* pesanan yang diterima, karena pada beberapa perusahaan biaya penalti akibat keterlambatan pemenuhan pesanan dapat lebih besar dari pada biaya yang diakibatkan oleh *waste material* yang terjadi. Pada makalah ini dibahas pengembangan model optimasi untuk integrasi antara penjadwalan proses *slitting* dan pengaturan kombinasi posisi pisau pada *material roll* dengan berbagai ukuran lebar untuk mencapai tujuan meminimumkan total biaya penalti keterlambatan pemenuhan pesanan dari *due date* yang telah disepakati dan minimum total *waste material* yang terjadi dari seluruh pesanan yang dijadwalkan. Pada model optimasi ini tidak diperlukan kombinasi lebar produk sebagai parameter model, yang umumnya membutuhkan waktu lama untuk memperoleh pola *slitting* pada *material roll*. Penyelesaian model optimasi *multi objective* dilakukan dengan menggunakan pendekatan *Pre-emptive Goal Integer Programming*. Model optimasi penjadwalan proses *slitting* ini diterapkan pada suatu ilustrasi numerik. Selanjutnya hasil pengembangan model optimasi integrasi antara penjadwalan produksi dan penataan pola pemotongan produk pada material lembaran dapat bermanfaat bagi para PPIC Manager dalam melakukan penjadwalan proses *slitting* dan memprediksi kebutuhan material secara efisien.

Kata kunci: Penjadwalan proses *slitting*, Multi Objective Programming.

1. PENDAHULUAN

Masalah pengaturan kombinasi posisi pisau pada *material roll* yang tersedia dalam proses *slitting* sering dijumpai pada berbagai industri manufaktur, seperti pada industri aluminium/baja, pemotongan kertas, textile, plastik *roll* dan lain-lain. Pemanfaatan material yang tersedia untuk memenuhi pesanan konsumen secara efisien tergantung pada pengaturan pola kombinasi lebar produk sesuai dengan jumlah dan variasi ukuran produk yang dibutuhkan. Penelitian terkait penataan pola pemotongan produk yang dikenal dengan *Cutting Stock Problems* (CSP) telah banyak dilakukan. Menurut Wascher et al (2007) masalah pemotongan material terbagi menurut dimensi atau arah pemotongan menjadi *one-dimensional*, *1.5 dimensional* dan *two dimensional cutting stock problems*, dengan pola pemotongan secara *guillotine* dan *non-guillotine* pada material lembaran atau *roll* untuk produk yang memiliki bentuk regular atau irregular.

Gasimov et al. (2007) meneliti problem *1.5 dimensional cutting stock* untuk produk empat persegi panjang dengan berbagai ukuran. Mereka mengusulkan model *Mixed Integer Programming* dengan 2 (dua) fungsi tujuan yaitu meminimumkan jumlah *material roll* dengan berbagai ukuran yang digunakan dan kelebihan material tidak terpakai (*waste material*) yang terjadi dari hasil pemotongan. Pada model optimasi *multi-objective* yang diusulkan oleh Gasimov et al. menggunakan alternatif kombinasi pola pemotongan sebagai parameter model, sehingga semakin banyak variasi produk yang harus dipotong dan dimensi material yang tersedia, maka semakin banyak alternatif kombinasi pola pemotongan. Jumlah alternatif kombinasi pola pemotongan ini akan mempengaruhi minimum jumlah *material roll* dari setiap ukuran yang digunakan serta jumlah sisa material tidak

terpakai yang terjadi. Oleh karena itu, Prayogo (2011) mengusulkan model optimasi *two stage multi objective* untuk pengaturan pola pemotongan produk berbentuk empat persegi panjang secara *guillotine* pada lembaran material dengan berbagai ukuran dan ketersediaan material yang ada. Model optimasi MO2D-CSP *two stage* yang dirancang Prayogo, tanpa menggunakan pola pemotongan sebagai parameter model, sehingga pola pemotongan optimal dapat dihasilkan tanpa harus menyiapkan kombinasi pola pemotongan yang memiliki alternatif sangat banyak dan umumnya membutuhkan waktu penyelesaian yang lama. Model optimasi tahap pertama dilakukan dengan 2 (dua) tujuan yaitu meminimalkan total biaya material dan total *waste material* hasil pemotongan vertikal. Selanjutnya pada model optimasi tahap kedua, dihasilkan pemotongan dalam arah horisontal untuk memenuhi seluruh kebutuhan produk pada material hasil pemotongan vertikal dengan tujuan meminimumkan kelebihan produk yang dihasilkan.

Hasil penataan pola pemotongan produk dengan pemanfaatan material yang tersedia secara efisien seringkali tidak sesuai dengan jadwal produksi untuk pemenuhan pesanan konsumen sesuai dengan *due-date* yang telah disepakati. Oleh karena itu, dalam pengaturan pola pemotongan produk selain harus memperhatikan jumlah dan variasi ukuran produk juga perlu memperhitungkan *due date* pesanan konsumen. Pada beberapa perusahaan, tuntutan pengiriman pesanan tepat waktu sesuai *due date* yang telah disepakati bisa menjadi lebih penting dibandingkan biaya yang diakibatkan sisa material (*waste material*) hasil pemotongan yang tidak dapat dimanfaatkan lagi. Reinertsen dan Vossen (2010) mengusulkan suatu model optimasi yang mengintegrasikan pengaturan pola pemotongan satu dimensi (1D – CSP) dengan memperhatikan *due-date* pesanan. Mereka mengusulkan penggunaan *column generation procedure* dan penerapan *shortest path algorithm* untuk menyelesaikan model optimasi tersebut. Pada makalah ini dibahas pengembangan model optimasi integrasi penjadwalan proses *slitting* dan penataan pola kombinasi lebar produk pada *material roll* (1D-CSP) dengan *multiple objectives*, yaitu meminimumkan total biaya penalti keterlambatan dan minimum total *waste material* dengan pendekatan *Pre-emptive Goal Integer Programming*.

Selanjutnya sistematikan penulisan makalah ini disusun sebagai berikut. Pada bagian 2 akan dibahas pengembangan model optimasi *multiple objectives* untuk menyelesaikan masalah penjadwalan proses *slitting* dengan memperhatikan *due-date* pesanan konsumen. Kemudian suatu contoh numerik digunakan pada penerapan model optimasi dan pembahasan hasil akan dibahas pada bagian 3. Selanjutnya diakhiri dengan penarikan beberapa kesimpulan dan peluang penelitian terkait lebih lanjut pada bagian 4.

2. PENGEMBANGAN MODEL

Pengembangan model optimasi didasarkan pada penyelesaian masalah penjadwalan proses *slitting* untuk memenuhi pesanan l untuk berbagai ukuran lebar produk *roll*, L_j , masing-masing variasi ukuran lebar produk dengan jumlah, d_{jl} , dan *due date* tertentu, DD_l . *Due date* masing-masing pesanan dinyatakan dalam jumlah *material roll* yang dapat dipotong sampai pada batas waktu (*dead line*) produksi dari pesanan tersebut dengan memperhitungkan kapasitas proses *slitting* yang tersedia. Berikut ini akan dijabarkan secara detail model optimasi multi objective untuk penjadwalan proses *slitting* pada *material roll* dengan berbagai ukuran lebar material.

Indeks:

- i : jenis *material roll*.
- j : jenis produk *roll*.
- k : *material roll* ke- k .
- l : pesanan produk.

Parameter model:

- W_i : lebar *material roll* jenis i .
- N_i : jumlah *material roll* jenis i yang tersedia.
- L_j : lebar produk *roll* jenis j .
- d_{jl} : permintaan produk *roll* jenis j pada pesanan l .
- DD_l : *due date* pesanan l (dalam jumlah *roll* material).
- CT_l : Biaya keterlambatan pemenuhan pesanan l (dalam Rp. per *roll* material)

Variabel keputusan:

- X_{ijkl} : jumlah produk *roll* jenis j yang dihasilkan dari proses *slitting* *material roll* jenis i yang ke- k untuk memenuhi pesanan l .
- Y_{ikl} : keputusan penggunaan *material roll* jenis i yang ke- k untuk memenuhi pesanan l .

Z_{ik} : keputusan penggunaan *material roll* jenis i yang ke- k .
 T_l : keterlambatan pemenuhan pesanan l (dalam jumlah *roll* material).

Fungsi tujuan optimasi:

Fungsi tujuan yang ingin dicapai dalam penjadwalan proses *slitting* diurutkan sesuai dengan prioritas sebagai berikut:

1. Meminimumkan total biaya keterlambatan pemenuhan seluruh pesanan yang dijadwalkan.

$$\text{Min } TC = \sum_l CT_l T_l \quad (1)$$

2. Meminimumkan total waste material yang terjadi dalam proses *slitting*.

$$\text{Min } TW = \sum_i \sum_k \left(W_i Z_{ik} - \sum_j \sum_l L_j X_{ijkl} \right) \quad (2)$$

Batasan-batasan:

Hasil proses *slitting* pada *material roll* jenis i yang ke- k harus memenuhi seluruh permintaan produk *roll* jenis j pada pesanan l .

$$\sum_i \sum_k X_{ijkl} = d_{jl} \quad ; \forall j, l \quad (3)$$

Total lebar pada *material roll* jenis i yang ke- k yang terpakai untuk memenuhi seluruh permintaan produk *roll* dari semua pesanan tidak melebihi lebar *material roll* yang digunakan.

$$\sum_j \sum_l L_j X_{ijkl} \leq W_i Z_{ik} \quad ; \forall i, k \quad (4)$$

Total jumlah *material roll* jenis i yang digunakan dalam proses *slitting* tidak melebihi jumlah *material roll* yang tersedia.

$$\sum_k Z_{ik} \leq N_i \quad ; \forall i \quad (5)$$

Jika terdapat produk *roll* jenis j pada pesanan yang dialokasikan pada *material roll* jenis i yang ke- k berarti terdapat keputusan pemakaian *material roll* jenis i yang ke- k untuk memenuhi pesanan l .

$$\sum_j X_{ijkl} \leq M \cdot Y_{ikl} \quad ; \forall i, k, l \quad (6)$$

Setiap pesanan l yang tidak dapat dipenuhi dalam batas waktu yang telah disepakati akan menimbulkan keterlambatan.

$$\sum_i \sum_k Y_{ikl} \leq DD_l + T_l \quad ; \forall l \quad (7)$$

Keputusan jumlah produk *roll* jenis j yang dihasilkan dari proses *slitting* *material roll* jenis i yang ke- k untuk memenuhi pesanan l dinyatakan dalam bilangan integer.

$$X_{ijkl} \geq 0 \text{ \& integer} \quad ; \forall i, j, k, l \quad (8)$$

Keputusan penggunaan *material roll* jenis i yang ke- k untuk memenuhi pesanan l dinyatakan dalam bilangan biner.

$$Y_{ikl} \geq 0 \text{ \& binary} \quad ; \forall i, k, l \quad (9)$$

Keputusan penggunaan *material roll* jenis i yang ke- k dinyatakan dalam bilangan biner.

$$Z_{ik} \geq 0 \text{ \& binary} \quad ; \forall i, k \quad (10)$$

Keterlambatan pemenuhan pesanan l (dalam jumlah *roll* material) dinyatakan dalam bilangan integer.

$$T_l \geq 0 \text{ \& integer} \quad ; \forall l \quad (11)$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model optimasi penjadwalan proses *slitting* diterapkan pada pemenuhan 5 pesanan yang terdiri dari 7 jenis produk *roll* yang dikerjakan pada 3 jenis *material roll*. Data ukuran lebar dan jumlah yang tersedia untuk masing-masing jenis *material roll* ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1: Data ukuran lebar dan jumlah stok yang tersedia untuk masing-masing jenis *material roll*.

Material	Lebar (cm)	Jumlah (<i>roll</i>)
Material 1	100	25
Material 2	150	20
Material 3	180	15

Data ukuran lebar masing-masing jenis produk *roll* dan jumlah pesanan untuk setiap produk pada kelima pesanan ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2: Data ukuran produk dan jumlah pesanan.

Produk	Lebar (cm)	Pesanan 1	Pesanan 2	Pesanan 3	Pesanan 4	Pesanan 5
Produk 1	10	8	12	9	10	9
Produk 2	15	11	15	0	18	16
Produk 3	20	0	16	6	5	0
Produk 4	25	8	0	0	5	0
Produk 5	30	10	0	8	7	19
Produk 6	35	19	6	0	13	0
Produk 7	40	13	0	12	9	4

Data *due date* masing-masing pesanan yang dinyatakan dalam jumlah *roll* material dan biaya pinalti keterlambatan per *roll* dinyatakan pada Tabel 3 berikut.

Tabel 3: Data *due date* dan biaya pinalti keterlambatan tiap pesanan.

	Pesanan 1	Pesanan 2	Pesanan 3	Pesanan 4	Pesanan 5
<i>Due date (roll)</i>	10	6	7	8	8
Biaya (x 1000 Rp. per <i>roll</i>)	300	450	400	380	420

Penerapan model optimasi penjadwalan proses *slitting* dengan fungsi tujuan prioritas pertama diperoleh minimum total biaya pinalti akibat keterlambatan pemenuhan sebesar Rp. 1.800.000,- dengan jumlah keterlambatan masing-masing pesanan ditunjukkan pada Tabel 4. Penjadwalan proses *slitting* dilakukan berdasarkan prioritas Earliest *Due date* (EDD).

Tabel 4: Keterlambatan masing-masing pesanan dinyatakan dalam jumlah *roll* material.

Pesanan 1	Pesanan 2	Pesanan 3	Pesanan 4	Pesanan 5
2	0	1	1	1

Berdasarkan hasil minimum total biaya pinalti akibat keterlambatan pemenuhan tersebut, maka diperoleh keputusan optimal pemanfaatan masing-masing jenis *material roll* ditunjukkan pada Tabel 5. Kombinasi produk *roll* yang dihasilkan dari setiap *material roll* ditunjukkan pada Tabel 6 dan alokasi jumlah produk *roll* dari masing-masing pesanan pada masing-masing jenis *material roll* ditunjukkan pada Tabel 7. Minimum total *waste material* yang dihasilkan dari proses *slitting* kelima pesanan sebesar 85 cm.

Tabel 5: Pemakaian masing-masing jenis *material roll* (dalam cm).

Material ke-	Pemakaian (<i>roll</i>)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Material 1 (100 cm)	8	0	100	100	95	100	100	0	100	0	0
Material 2 (150 cm)	20	150	150	150	150	150	150	150	150	150	0
Material 3 (180 cm)	15	0	180	180	180	180	170	180	0	0	0

Tabel 5: Pemakaian masing-masing jenis *material roll* (dalam cm) – lanjutan.

Material ke-	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Material 1 (100 cm)	0	0	0	0	0	0	100	0	0	100	0	0	0	0	0
Material 2 (150 cm)	140	150	140	120	150	0	0	0	150	145	150	150	150	0	145
Material 3 (180 cm)	180	180	0	0	0	0	180	0	175	0	180	180	175	180	180

Tabel 6: Kombinasi jumlah produk *roll* yang dihasilkan dari setiap *material roll*

Material	Produk	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Material 1 (100 cm)	Produk 1	0	1	0	5	2	0	0	2	0	0	0	0	0
	Produk 2	0	0	0	3	0	4	0	0	0	0	0	0	0
	Produk 3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Produk 4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Produk 5	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Produk 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Produk 7	0	0	2	0	2	1	0	2	0	0	0	0	0
Material 2 (150 cm)	Produk 1	0	0	0	3	0	0	0	0	8	0	5	0	0
	Produk 2	0	2	0	1	1	10	4	0	0	0	2	2	0
	Produk 3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	7
	Produk 4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Produk 5	5	0	5	0	1	0	3	1	0	0	0	0	0
	Produk 6	0	0	0	3	3	0	0	0	2	0	0	0	0
	Produk 7	0	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	3	0
Material 3 (180 cm)	Produk 1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Produk 2	0	0	5	0	6	1	0	0	0	0	5	2	0
	Produk 3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	4	0
	Produk 4	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0
	Produk 5	0	0	0	0	3	0	3	0	0	0	0	0	0
	Produk 6	0	4	3	0	0	3	0	0	0	0	3	2	0
	Produk 7	0	1	0	4	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Tabel 6: Kombinasi produk *roll* yang dihasilkan dari setiap *material roll* (lanjutan)

Material	Produk	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Material 1 (100 cm)	Produk 1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Produk 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Produk 3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	Produk 4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Produk 5	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0
	Produk 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Produk 7	0	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0
Material 2 (150 cm)	Produk 1	0	0	0	0	0	4	1	0	3	0	0	4
	Produk 2	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	2
	Produk 3	0	4	0	0	0	4	0	0	0	0	0	2
	Produk 4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0
	Produk 5	4	0	0	0	0	1	2	1	0	0	0	0
	Produk 6	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	Produk 7	0	0	0	0	0	0	0	3	3	0	0	0
Material 3 (180 cm)	Produk 1	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0
	Produk 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0
	Produk 3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Produk 4	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0
	Produk 5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	1	6
	Produk 6	0	0	0	0	0	3	0	3	4	0	2	0
	Produk 7	0	0	0	2	0	1	0	0	1	1	2	0

Pada Tabel 5 dan Tabel 6 menunjukkan bahwa *material roll* dengan ukuran 150 cm yang pertama terpakai semua menjadi 5 unit produk *roll* yang berukuran 30 cm sebanyak 5 unit.

Tabel 7: Alokasi jumlah produk *roll* dari masing-masing pesanan pada masing-masing jenis *material roll*.

Material	Produk	Pesanan 1	Pesanan 2	Pesanan 3	Pesanan 4	Pesanan 5
Material 1 (100 cm)	Produk 1	0	0	2	0	8
	Produk 2	0	0	0	0	7
	Produk 3	0	0	2	0	0
	Produk 4	0	0	0	0	0
	Produk 5	0	0	0	0	5
	Produk 6	0	0	0	0	0
	Produk 7	0	0	6	0	4
Material 2 (150 cm)	Produk 1	8	12	7	0	1
	Produk 2	5	15	0	0	9
	Produk 3	0	16	4	0	0
	Produk 4	6	0	0	0	0
	Produk 5	1	0	8	0	14
	Produk 6	5	6	0	0	0
	Produk 7	9	0	6	0	0
Material 3 (180 cm)	Produk 1	0	0	0	10	0
	Produk 2	6	0	0	18	0
	Produk 3	0	0	0	5	0
	Produk 4	2	0	0	5	0
	Produk 5	9	0	0	7	0
	Produk 6	14	0	0	13	0
	Produk 7	4	0	0	9	0

Pada Tabel 7 menunjukkan pesanan 1 dipenuhi dari *material roll* berukuran 150 cm dan *material roll* berukuran 180 cm masing-masing sebanyak 6 *roll*.

4. KESIMPULAN

Model optimasi integrasi penjadwalan proses *slitting* dan penataan pola kombinasi lebar produk pada *material roll* telah dibahas pada makalah ini. Model optimasi yang dirancang memiliki 2 (dua) tujuan yaitu prioritas pertama meminimumkan total biaya penalti keterlambatan dari *due date* yang telah disepakati dan prioritas kedua minimasi total *waste material* yang terjadi dalam memenuhi seluruh pesanan yang ada yang diselesaikan dengan menggunakan *Pre-emptive Goal Integer Programming*. Hasil pengembangan model optimasi diterapkan pada suatu contoh numerik untuk memberikan gambaran keputusan hasil penjadwalan proses *slitting* yang optimal. Selanjutnya untuk penelitian terkait dapat dikembangkan model integrasi penjadwalan produksi dan pengaturan pola pemotongan untuk problem 1.5-dimensional cutting stock problem pada *material roll* yang banyak dijumpai pada proses pemotongan material di beberapa industri manufaktur. Selain itu perlu dikembangkan algoritma/prosedur metaheuristik yang efisien untuk memperoleh solusi *near optimal* terhadap problem penjadwalan pemotongan produk dua dimensi secara efisien.

REFERENSI

Gasimov, R.N., Sipahiolu, A., and Sara, T. (2007) A multi-objective programming approach to 1.5-dimensional assortment problem, *European Journal of Operational Research*, **179**, 64-79.

Prayogo, D.N. (2011) Perancangan pola pemotongan produk empat persegi panjang dengan two stage multi objective optimization, *Proceeding Seminar Nasional Teknik Industri dan Kongres BKSTI VI, Universitas Sumatera Utara*, Medan.

Reinertsen, H. and Vossen, T.W.M. (2010) The one-dimensional cutting stock problem with *due dates*, *European Journal of Operational Research*, **201**, 701-711.

Wascher, G., Haumer, H., and Schumann, H. (2007), An improved typology of cutting and packing problems, *European Journal of Operational Research*, **183**, 1109-1130.

RIWAYAT HIDUP PENULIS

Dina Natalia Prayogo adalah staf pengajar di Jurusan Teknik Industri, Fakultas Teknik, Universitas Surabaya, Surabaya. Ia mendapatkan gelar M.Sc. dari Department of Industrial and Systems Engineering, The National University of Singapore pada tahun 1998. Topik penelitian yang menjadi fokusnya adalah bidang *Logistics and Supply Chain Management*. Alamat e-mail D.N. Prayogo: dnprayogo@ubaya.ac.id.