

Hazrul Iswadi  
Endah Asmawati  
Joice Ruth Juliana  
Fitri Dwi Kartika Sari  
Joko Siswantoro  
Arif Herlambang

# KALKULUS

# KALKULUS

Penulis

**Hazrul Iswadi  
Endah Asmawati  
Joice Ruth Juliana,  
Fitri Dwi Kartika Sari  
Joko Siswantoro  
Arif Herlambang**

Editor

**Setiyono Wahyudi, Yuyut Setyorini,  
dan Indro Basuki**

Layout

**Dian Triyani**

Cover

**Herdian Indraputra**

Edisi Pertama

**Cetakan Pertama, Juli 2006**

Diterbitkan oleh



**Bayumedia Publishing**

Anggota IKAPI Jatim

Jalan Puncak Yamin No. 20, Malang, Jawa Timur-Indonesia

Telp/Facs : (0341) 580638

E-Mail : Bayumedia@telkom.net

**ISBN 13: 978-979-3695-55-6**

**ISBN 10: 979-3695-55-2**

Hak Cipta dilindungi undang-undang. Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini ke dalam bentuk apapun, secara elektronik maupun mekanis, termasuk fotokopi, merekam, atau dengan teknik perekaman lainnya, tanpa izin tertulis dari penerbit. Undang-Undang Nomor 19 Tahun 2000 tentang Hak Cipta, Bab XII Ketentuan Pidana, Pasal 72, Ayat (1), (2), dan (6).

# Kata Pengantar

**S**alah satu cabang matematika yang banyak digunakan dalam menyelesaikan masalah riil adalah kalkulus. Banyak fakultas di seluruh dunia mencantumkan kalkulus dalam kurikulumnya pada semester-semester awal, biasanya semester satu atau dua. Materi kalkulus yang dipelajari misalnya oleh mahasiswa teknik, farmasi, ekonomi, dan lain-lain sangat berguna untuk pengetahuan dan analisis mereka pada mata kuliah matematika atau menyelesaikan masalah di fakultas masing-masing pada semester selanjutnya.

Mengingat kedudukan kalkulus yang sangat penting dalam menunjang pengetahuan dan analisis bagi mahasiswa di banyak fakultas seperti itu maka kami merasa bahwa keberadaan buku Kalkulus yang menunjang pemahaman dan kemampuan mengaplikasikan materi kalkulus sangat penting.

Dalam buku ini kami sangat memerhatikan kebutuhan mahasiswa agar dapat memahami sekaligus mampu mengaplikasikan kalkulus untuk menyelesaikan persoalan. Pemaparan definisi, teorema, atau sifat dalam buku ini diusahakan singkat dan jelas sehingga mahasiswa dapat langsung mengerti apa yang menjadi inti utama setiap

definisi, teorema, atau sifat yang ditulis dalam buku ini. Soal-soal yang ditulis dalam buku ini merupakan modifikasi soal-soal dari buku-buku kalkulus yang dapat dirujuk pada daftar pustaka buku ini. Akan tetapi, tidak sekadar modifikasi soal-soal dari buku yang telah ada, beberapa soal yang kami sertakan dalam buku ini merupakan soal-soal ujian atau kuis yang sudah diberikan di kelas-kelas Fakultas Teknik, Fakultas Farmasi, atau Fakultas Ekonomi Universitas Surabaya. Soal latihan yang diberikan dalam buku ini memiliki beragam variasi tingkat kesulitan dan hampir semua soal tersebut disertai kunci soal yang dapat dilihat pada bagian akhir buku ini.

Dari tujuh bab yang ada dalam buku ini, yaitu sistem bilangan dan pertidaksamaan, fungsi, limit dan kekontinuan, turunan, aplikasi turunan, integral, dan aplikasi integral, terlihat bahwa bab tentang fungsi dan aplikasi turunan dan integral cukup banyak memakan tempat dalam buku ini. Hal itu sengaja kami lakukan untuk melakukan keseimbangan agar mahasiswa mampu memahami dasar kalkulus dengan baik (tercermin dari bab fungsi), sekaligus mampu mengaplikasikan kalkulus dalam masalah teknik (tercermin dari bab tentang aplikasi turunan dan integral).

Semoga buku ini dapat memberi dasar-dasar pengertian kalkulus bagi mahasiswa. Dengan demikian, mahasiswa mampu mengaplikasikan kalkulus dalam masalah yang mereka hadapi. Kritik dan saran untuk perbaikan kualitas buku ini sangat kami harapkan.

**Tim Pengajar Matematika  
Universitas Surabaya**

# Daftar Isi

<b>Kata Pengantar</b> .....	v
<b>Daftar Isi</b> .....	vii
<b>Bab 1</b>	
<b>Sistem Bilangan dan Pertidaksamaan</b> .....	1
Pendahuluan .....	1
1.1 Pohon Bilangan .....	2
1.2 Sistem Bilangan .....	4
1.3 Pertidaksamaan .....	20
1.4 Latihan Soal .....	24
<b>Bab 2</b>	
<b>Fungsi</b> .....	31
Pendahuluan .....	31
2.1 Apa Fungsi Itu? .....	32
2.2 Gambar Grafik Fungsi .....	37
2.3 Sifat-Sifat Fungsi .....	38
2.4 Macam-Macam Fungsi .....	39

2.5	Komposisi dan Invers Fungsi .....	61
2.6	Menggambar Fungsi .....	73
2.7	Soal Latihan .....	82
<b>Bab 3</b>		
<b>Limit .....</b>		
	<b>87</b>	
	Pendahuluan .....	87
3.1	Definisi Limit .....	88
3.2	Sifat-Sifat Limit .....	89
3.3	Limit Sepihak .....	91
3.4	Limit yang Melibatkan Nilai Tak Hingga .....	93
3.5	Limit Fungsi Trigonometri .....	102
3.6	Penyelesaian Limit Bentuk Tak Tentu	
	$\frac{0}{0}, \frac{\pm\infty}{\pm\infty}, 0 \cdot \pm\infty, \pm\infty \mp \infty, 0^0, \pm\infty^0, 1^{\pm\infty}$ .....	105
3.7	Kontinuitas .....	111
3.8	Soal Latihan .....	117
<b>Bab 4</b>		
<b>Turunan Fungsi .....</b>		
	<b>121</b>	
	Pendahuluan .....	121
4.1	Definisi Turunan .....	121
4.2	Aturan Rantai .....	131
4.3	Turunan Fungsi Implisit .....	134
4.4	Turunan Tingkat Tinggi .....	137
4.5	Soal Latihan .....	141
<b>Bab 5</b>		
<b>Aplikasi Turunan .....</b>		
	<b>145</b>	
	Pendahuluan .....	145
5.1	Gradien Garis Singgung dan Garis Normal .....	146
5.2	Teorema L'Hopital .....	149
5.3	Laju Perubahan yang Berkaitan .....	152
5.4	Maksimum dan Minimum Fungsi .....	154
5.5	Menggambar Grafik .....	158
5.6	Soal Latihan .....	163

<b>Bab 6</b>	
<b>Integral</b> .....	<b>169</b>
Pendahuluan .....	169
6.1 Integral sebagai Anti Turunan .....	169
6.2 Teknik Integrasi .....	176
6.3 Integral Tentu .....	207
6.4 Integral Tak Wajar .....	215
6.5 Soal Latihan .....	218

<b>Bab 7</b>	
<b>Aplikasi Integral</b> .....	<b>227</b>
Pendahuluan .....	227
7.1 Luas Bidang Datar .....	227
7.2 Volume Benda Putar .....	231
7.3 Menghitung Volume Benda dengan Metode Penampang Melintang .....	240
7.4 Panjang Kurva .....	242
7.5 Luas Permukaan Benda Putar .....	246
7.6 Pusat Massa .....	250
7.7 Soal Latihan .....	257

<b>Kunci Jawaban</b> .....	<b>263</b>
<b>Daftar Pustaka</b> .....	<b>291</b>
<b>Daftar Indeks</b> .....	<b>293</b>
<b>Biografi para Penulis</b> .....	<b>297</b>